

# LIGNÉE TECHNIQUE OU L'ÉVOLUTION D'UN INSTRUMENT

## #7 L'analyseur harmonique de Coradi du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA) et l'histoire des analyseurs de fréquences

Un analyseur harmonique est un dispositif conçu pour déterminer les coefficients de Fourier d'une courbe. Si l'histoire des analyseurs harmoniques mécaniques débute avec les travaux théoriques de Fourier, leur concrétisation mécanique date de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle. La première description d'un tel instrument (en 1876) est due au physicien William Thomson (Lord Kelvin). En 1889, Olaus Henrici mit au point une forme plus compacte d'analyseur harmonique. Il fut amélioré et réalisé par G. Coradi de Zurich, déjà connu comme fabricant de planimètres et d'intégrateurs. Ces machines ont représenté l'apogée du calcul analogique mécanique avant l'avènement de l'électronique, permettant aux scientifiques de décomposer des signaux complexes (comme les marées ou les ondes sonores) en leurs fréquences constitutives, sans calculs manuels fastidieux. À Marseille, un analyseur harmonique de Coradi fut notamment utilisé à partir de 1941 par le Centre de Recherche Scientifique Industrielle et Maritime (CRSIM), devenu LMA en 1973.

## Les origines

Un appareil d'intégration mécanique est une machine à calculs mécanique effectuant des opérations liées au calcul intégral, dont le rôle est de fournir une valeur numérique résultant de l'intégration d'une relation différentielle. Inventés au début du 19<sup>e</sup> siècle, les planimètres donnent la valeur de l'intégrale  $\int x dx$  et permettent de déterminer l'aire d'un contour fermé d'équation  $y=f(x)$ . Les évolutions ultérieures ont mené aux intégraphes, traçant directement une courbe représentative de

la fonction  $Y=f(x)$ , puis aux analyseurs harmoniques, destinés à fournir la valeur numérique des coefficients d'une série de Fourier. Ces appareils mécaniques construits en Europe (Ernst à Paris, Ott en Bavière, Amsler et Corradi en Suisse...) simplifiaient considérablement les calculs des ingénieurs dans les problèmes de résistance des matériaux et de constructions navales (déplacement, stabilité...).

### Le planimètre à cône de Hermann – un précurseur de l'intégrateur de Henrici-Coradi

Le planimètre à cône de Hermann, représenté à la Fig. 1, permet de déterminer « graphiquement » l'aire comprise sous une courbe. Un opérateur déplace un dispositif de pointage le long d'un rail selon l'axe des abscisses tout en suivant la courbe avec le pointeur, relié par une tige à une roulette s'appuyant sur un cône. Celui-ci, entraîné

par le déplacement du dispositif, tourne autour de son axe à vitesse constante. La roulette « intégrante », solidaire du pointeur, se décale le long du cône lorsque le pointeur monte ou descend en suivant la courbe à intégrer. La forme conique imprime à la roulette une vitesse de rotation d'autant plus grande que la hauteur  $f(x)$  sous la courbe est grande. L'angle de rotation instantané  $d\theta$  est donc à tout instant proportionnel à l'aire sous la courbe, soit un rectangle infiniment mince de surface  $f(x) dx$ . Au terme du déplacement du pointeur, l'angle de rotation total  $\theta$  est ainsi proportionnel à  $A$ , l'aire sous la courbe entre les abscisses de départ et d'arrivée, soit  $\theta = \int d\theta = \int k f(x) dx = kA$ , la constante  $k$  dépendant des dimensions de l'appareil.

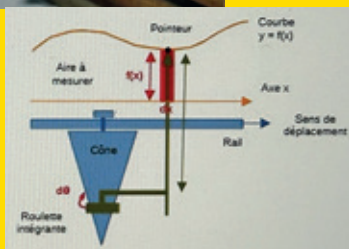


Figure 1 : Le planimètre à cône de Hermann (exemplaire construit par l'atelier Ernst à Paris vers 1840, de 60 cm de longueur)

(d'après le Catalogue en ligne des Collections du musée des Arts et Métiers - Cnam- <https://collections.arts-et-metiers.net>, et TOURNES Dominique, Les intégrateurs mécaniques, Pour la Science, 333 (juillet), 2005. Musée du CNAM, Inv. no. 02624-0000. Cliché : M. Favareille, et schéma de Jean-Marc Themlin).

## Les coefficients de Fourier

Jean-Baptiste Fourier a montré qu'une fonction périodique de période  $T$  (ou transitoire de durée  $T$ ) peut s'écrire sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions trigonométriques simples de fréquences multiples (harmoniques) de la fréquence fondamentale  $f = 1/T$  :

$$Y(x) \cong a_0 + a_1 \cos\left(\frac{2\pi x}{T}\right) + a_2 \cos\left(\frac{2\pi 2x}{T}\right) + \dots + b_1 \sin\left(\frac{2\pi x}{T}\right) + b_2 \sin\left(\frac{2\pi 2x}{T}\right) + \dots$$

(1)

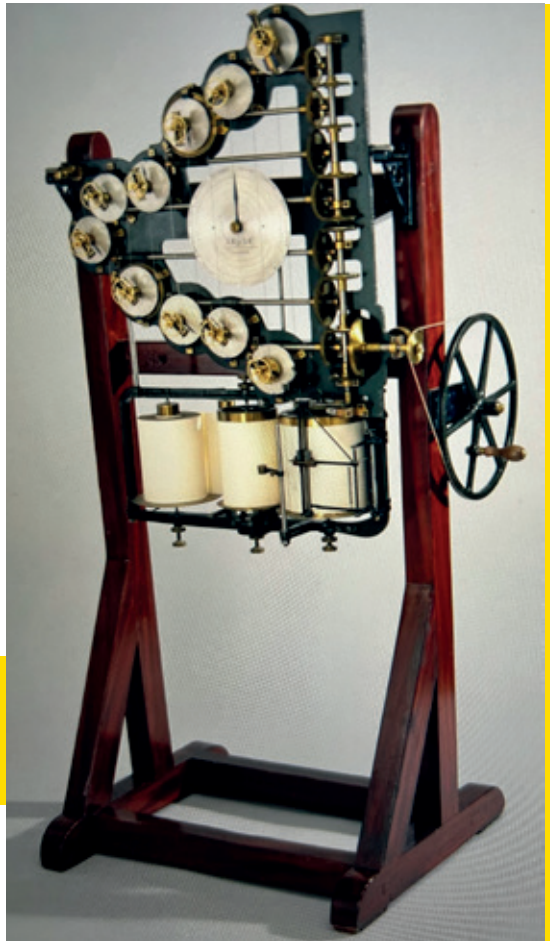
Les coefficients  $a_n$  et  $b_n$  de cette série de Fourier sont donnés par les expressions intégrales :

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T Y(x) \cos\left(\frac{2\pi n x}{T}\right) dx$$
$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T Y(x) \sin\left(\frac{2\pi n x}{T}\right) dx$$

(2)

## Le synthétiseur harmonique de William Thomson (Lord Kelvin)

Les analyseurs harmoniques permettent d'effectuer mécaniquement les intégrations exprimées par les relations (2). La similitude entre la fonction originale  $Y(x)$  et la série de Fourier donnée par (1) augmente avec le nombre de coefficients utilisés. Le synthétiseur de Lord Kelvin fut utilisé pour la prédiction des marées.



*Figure 2 : Prédicteur des marées de Lord Kelvin*

Source: Science Museum London: The first 'Thomson Légé' tide-predicting machine. <https://collection.sciencemuseumgroup.org.uk/objects/co53901/william-thomsons-tide-predicting-machine-1872>

## Première rupture technologique : L'analyseur de A. Sommerfeld (1868-1951) et E. Wiechert (1861-1928)

Présenté en 1892 à Munich, l'appareil permet d'obtenir les coefficients de Fourier d'une fonction périodique (ou transitoire)  $Y=f(x)$  de période (ou durée)  $T$ .

L'appareil comprend deux parties distinctes : Une partie dite « construction » qui donne les courbes auxiliaires :  $Z_n(x) = f(x) \cos(nx)$  ou  $Z_n(x) = f(x) \sin(nx)$  et une partie « intégration » réalise

l'opération  $a_n = \frac{1}{T} \int_0^T Z_n(x) dx$  étant un point courant sur l'axe des abscisses compris entre 0 et  $T$ . Elle est regroupée autour d'un axe d'intégration qui comprend un disque d'intégration et une boîte contenant diverses roulettes qui affichent les résultats. L'analyseur de A. Sommerfeld n'aurait semble-t-il jamais servi.

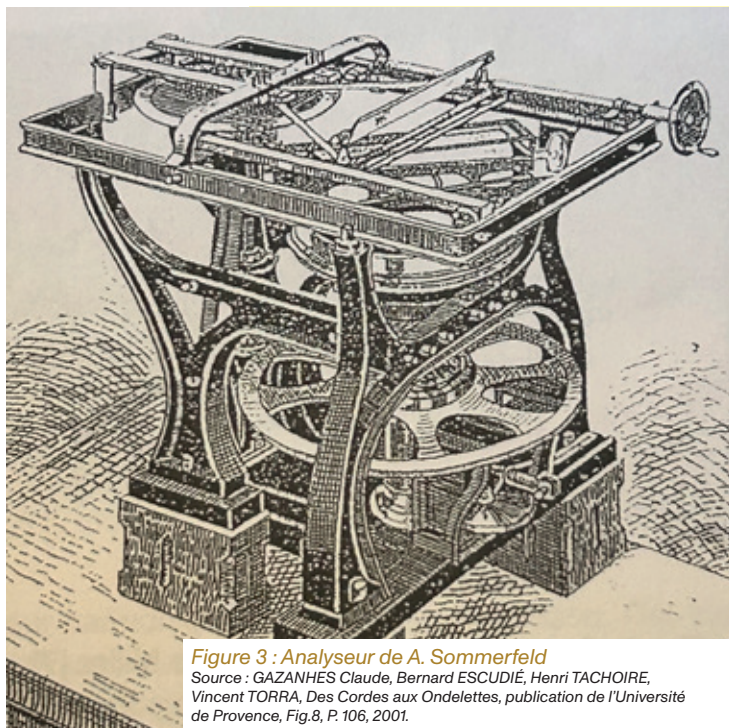


Figure 3 : Analyseur de A. Sommerfeld

Source : GAZANHES Claude, Bernard ESCUDIE, Henri TACHOIRE, Vincent TORRA, *Des Cordes aux Ondelettes*, publication de l'Université de Provence, Fig.8, P. 106, 2001.

## Deuxième rupture technologique : L'analyseur harmonique de Henrici - Coradi

Inventé par Olaus Henrici<sup>\*\*\*</sup> et réalisé à Zurich<sup>\*\*\*</sup> par G. Coradi, l'analyseur de Henrici-Coradi représenté sur la fig. 4 comporte trois intégrateurs. Il a pour but de calculer automatiquement les premiers coefficients de Fourier d'une courbe expérimentale de période T. L'instrument comprend un cadre de forme parallélépipédique qui porte



Figure 4 : Analyseur harmonique Coradi à trois intégrateurs de base 360 mm

© Lebée, Inventaire général /École polytechnique  
<https://portail.polytechnique.edu/musx/fr/actualites/lobjet-davril-2023-lanalyseur-coradi>

différents mécanismes de transmission permettant de faire tourner l'axe vertical de l'intégrateur (un seul intégrateur est représenté sur la fig. 5).

L'appareil est resté en service jusque dans les années 1950, détrôné par l'électronique et le numérique. En France il en existe plusieurs exemples connus – celui de l'École Polytechnique, celui du bassin de carène et celui du LMA, qui proviennent vraisemblablement du Laboratoire de la Marine de Toulon.



Figure 5 : Analyseur harmonique de Coradi  
© Lebée, Inventaire général /École polytechnique

## Le calculateur mécanique de Jacob :

Le calculateur mécanique de Jacob<sup>\*\*\*</sup> est constitué d'une boule de verre liée par contact à deux roulettes R1 et R2 situées au niveau du cercle équatorial et formant un angle droit l'une de l'autre.

La roulette, R1 déportée d'un angle  $\theta$  donne la phase, tandis que la roulette R2 donne l'amplitude. La courbe (continue) à analyser est tracée sur un plan horizontal. On conduit alors le traçoir le long de la courbe complète puis on la ramène par une ligne parallèle à l'axe des x. On lit les résultats sur la roulette R1 pour la phase puis R2 pour l'amplitude.

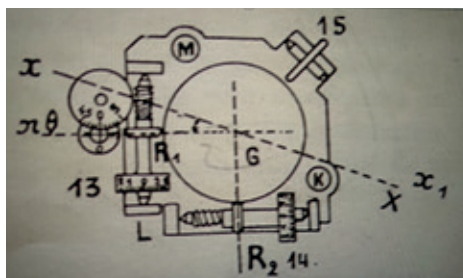


Figure 6 : Le calcul mécanique par Jacob

<sup>\*</sup> O. Henrici, On a new Harmonic Analyser, Philosophical Magazine, 5th Series, #38, 110, 1894

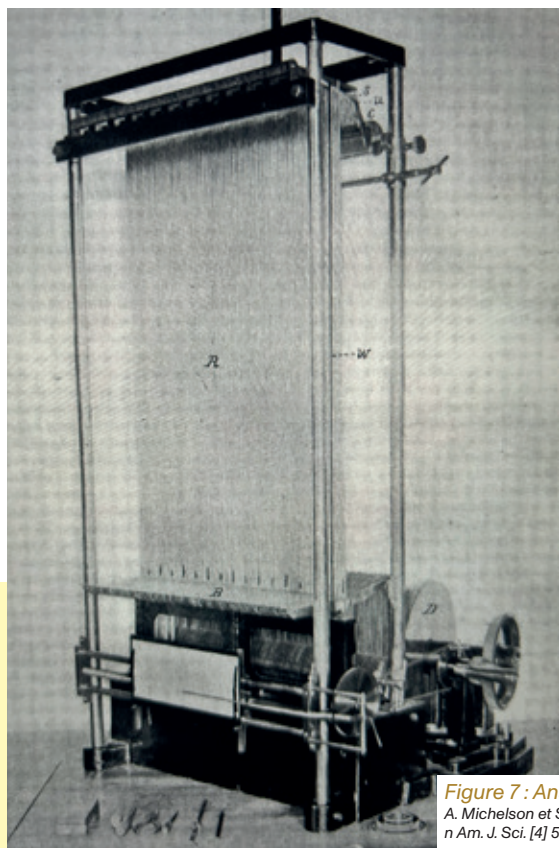
<sup>\*\*</sup> Science Museum Group. Henrici's harmonic analyser, No 3, 1894-20 Science Museum Group Collection Online. <https://collection.science-museumgroup.org.uk/objects/co60114/henricis-harmonic-analyser-no-3-1894>

<sup>\*\*\*</sup> Le calcul Mécanique, L. Jacob (Ingénieur général de l'artillerie navale. Directeur de Laboratoire de la Marine – Appareils Arithmétiques et Algébriques intégrateurs – Octave DOIN et Fils – Éditeurs – Fig. 148 et 149, P. 288, Paris 1911.

## ▲ Troisième rupture technologique : L'appareil d'Albert Michelson (1852-1931) et les signaux échantillonnés

Il a été conçu pour effectuer la synthèse harmonique à partir de 80 composants. Il est également capable de fonctionner en analyseur de spectre, c'est à dire de calculer les coefficients de Fourier d'une fonction périodique ou transitoire. Michelson a donc

réuni dans un même instrument l'analyse et la synthèse de courbes périodiques. Dans la fonction synthétiseur, il additionne mécaniquement les termes amplitude et phase des coefficients de Fourier.

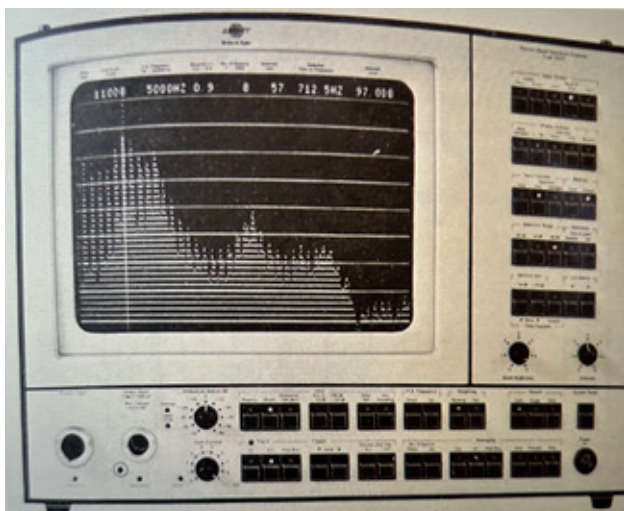


**Figure 7 : Analyseur harmonique A. Michelson**  
A. Michelson et S. W. Stratton, A new harmonic analyzer,  
in Am. J. Sci. [4] 5. 25, 1-13, 1898.

À partir de 1920 avec le développement de l'électronique, les signaux échantillonnés trouvent un large domaine d'applications, de la commutation téléphonique à l'étude des signaux aléatoires. Pour cela on met en œuvre des circuits logiques du type ET dont la sortie prend un état déterminé si une combinaison donnée des états d'entrée est satisfaisante. Ces circuits logiques sont à la base du développement du calcul par ordinateur.

En 1965, Cooley et Tukey conçoivent un algorithme efficace pour calculer numériquement, sur ordinateur, la transformée de Fourier discrète d'un signal échantillonné<sup>\*</sup>, qui donne accès aux coefficients de la série de Fourier. Implanté sur un ordinateur de recherche, il devient alors nécessaire de passer des échantillons analogiques écrits en base 10 (10 chiffres) à des échantillons numériques écrits en base 2 (2 chiffres 0 et 1), c'est à dire

constitués d'une suite de 0 et 1. Par exemple le chiffre 5 en base 10 s'écrit 101 en base 2. Depuis sa première publication en 1955 il a révolutionné les techniques d'analyses des signaux périodiques. La fig. 8 donne un exemple d'un tel « analyseur de spectre ». L'analyseur en temps réel de Brüel et Kjaer, capable d'afficher en temps réel le module du spectre d'un signal  $s(t)$ .



*Figure 8 : Ouvrage Brüel & Kjaer  
Source ouvrage technique : Application of B & K  
Equipment Frequency Analysis Brüel & Kjaer - Danemark  
by R.B Randall, Tech., B.A., Fig. 5, P. 185, September 1977*

## Conclusion

Finalement détrôné par l'électronique et le numérique, l'analyseur harmonique de Coradi sera resté en service jusque dans les années 1950. En France il en existe plusieurs exemples connus - celui de l'École Polytechnique ; à Marseille, celui du bassin de carène et celui du Laboratoire

de Mécanique et d'Acoustique (LMA), maintenant disparu, qui provenaient vraisemblablement du Laboratoire de la Marine de Toulon. Il est à noter que l'instrument a été utilisé pendant la seconde guerre mondiale pour tenter de « Classer les races humaines<sup>\*\*\*</sup> ».

<sup>\*</sup> Voir <https://experts.illinois.edu/en/publications/albert-michelsons-harmonic-analyzer-a-visual-tour-of-a-nineteenth/>

<sup>\*\*</sup> J.W. Cooley & J.W. Tukey, An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. Math. Comput. 19 (90): 297–301, 1965.

<sup>\*\*\*</sup> <https://www.cairn.info/revue-philosophia-scientiae-2023-1-page-33.htm>

# LIGNÉE TECHNIQUE\* OU L'ÉVOLUTION D'UN INSTRUMENT

\*Définition d'une lignée technique :

« [...] les objets évoluent selon des « lignées », c'est à dire des ensembles regroupant les objets de même type, ayant même fonction et même principe de fonctionnement ».

Bruno JACOMY

Cette plaquette s'inscrit dans un projet d'inventaire et de valorisation du patrimoine scientifique, technique et contemporain d'Aix-Marseille Université.

## Contact :

**Culture et Patrimoine Scientifique  
Direction de la Recherche et de la  
Valorisation**

3 place Victor Hugo

13003 Marseille

corine.levy-battesti@univ-amu.fr

+33(0)4 13 94 97 29

Cette plaquette a été réalisée en partenariat avec  
le Laboratoire de mécanique et d'acoustique (LMA) et  
l'Institut des Matériaux, Microélectronique et Nanosciences de Provence.



## Auteurs du livret :

Claude GAZANHES (18 décembre 1935 - 25 janvier 2025) (Docteur ès sciences physiques, Ingénieur de l'École Supérieure d'Électricité), directeur du LMA de 1986 à 1992.

J.-M. THEMLIN, Enseignant-chercheur au département de Physique d'Aix Marseille Université (amU), et à l'IM2NP

Sur une idée de Corine Lévy Battesti, ingénieure d'étude, chargée de l'inventaire des instruments scientifiques d'amU.